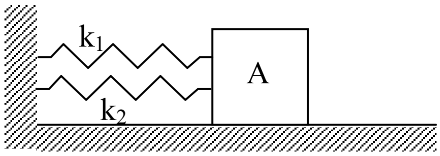
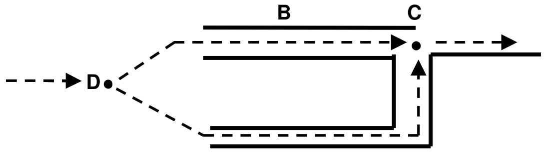
FÍSICA I GENER 2010

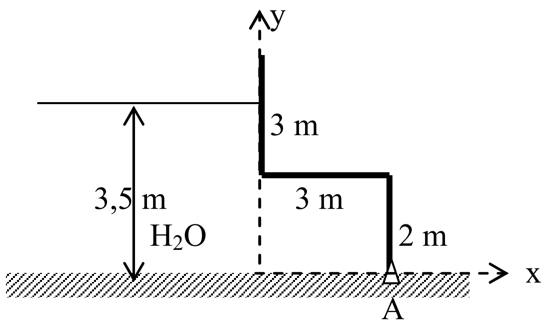
1.- El cos A de la figura de 2,5 kg de massa està unit a dues molles de constants k_1=400 N/m i k_2=600 N/m. El conjunt es pot moure sobre una superfície sense fricció. Separem el cos 20 cm cap a la dreta donant-li una velocitat cap a l'esquerra de 5 m/s. **a**) Escriviu l'equació de l'elongació en funció del temps determinant tots els paràmetres que hi intervenen, agafant l'instant inicial en el punt d'equilibri desplaçant-se el cos cap a l'esquerra.**(6 punts)**
A l'instant t= 5 s es trenca la molla de constant k_1. **b**) Amb quina amplitud oscil·larà el cos en aquesta nova situació? **(6 punts)** Si el cos oscil·les en un medi viscós, **c**) ¿Quin seria el valor de la constant d'amortiment per tal que el període d'oscil·lació fos el doble del natural? **(3 punts)**



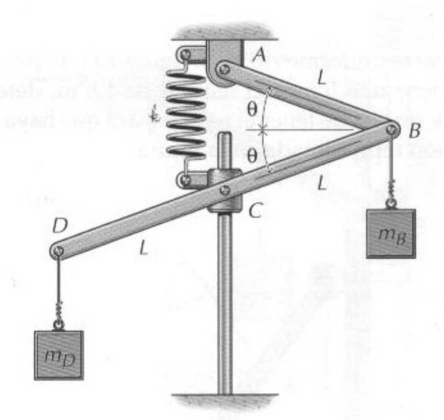
2.- Un tub d'orgue de L_1 = 2.5 m de longitud, tancat per un extrem i obert per l'altre, emet un so amb una freqüència corresponent al tercer harmònic. Es disposa en paral·lel un segon tub d'orgue, de longitud L_2, obert pels dos extrems i que emet un so de freqüència corresponent també al tercer harmònic.
a) Tenint en compte que es detecten 5 pulsacions per segon, determineu la longitud L_2 del segon tub d'orgue tot considerant que la freqüència emesa pel segon tub és inferior a la del primer.**(8 punts)**
b) A continuació, el primer tub d'orgue emet una nota corresponent al cinquè harmònic, bifurcant-se el so d'acord amb el dispositiu adjunt (tub de Quincke) en el punt D, tal com es pot veure a la figura. L'ona sonora recorre la branca A de longitud 5m i la branca B de longitud L_B inferior a 5m. Tenint en compte que en el punt C, on conflueixen les dues ones acústiques prèviament bifurcades, es detecta un màxim d'intensitat acústica, determineu totes les longituds L_B possibles. Velocitat del so 340 m/s. **(7 punts)**



3.- La comporta rígida i homogènia de la figura, de 5 m d'amplària, articulada en A, tanca un canal que conté aigua fins una alçada de 3,5 m.
a) Calculeu la coordenada x del centre de masses de la comporta. **(3 punts)**
b) Determineu la densitat superficial del material de la comporta per tal que aquesta es mantingui en equilibri en la situació indicada a la figura. **(8 punts)**
c) Calculeu el valor de la reacció en A en aquesta situació. **(4 punts)**



4.- La molla de la figura té la seva longitud natural quan l'angle θ és 15º. **a**) Calculeu les posicions d'equilibri del sistema si m_B = 60 kg, m_D = 25 kg, L=1 m i k= 750 N/m. Les barres tenen pes negligible.**(7 punts)** **b**) ¿ De quin tipus d'equilibri es tracta? **(4 punts)** **c**) Calculeu el treball realitzat per la força elàstica quan el sistema passa de la posició θ=15º a θ=90º. **(4 punts)**



1.- a) Al conèixer en un mateix instant de temps l'elongació i la velocitat de la partícula podrem calcular la seva energia mecànica i d'aquí l'amplitud del moviment:

$EM = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2$ essent

$k = k_1 + k_2 = 1000\ N/m$, $x = 0,2\,m$, $m = 2,5\,kg$ i $v = -5\ m/s$ s'obté $A = 0,32\,m$

L'equació del moviment serà del tipus

$x = A\cos(\omega_n t + \varphi_0)$ on $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1000}{2,5}} = 20\ rad/s$ i φ_0 tal que es compleixi

$$x(t=0) = 0$$
$$v(t=0) = -A\omega_n \sin(\varphi_0) < 0$$

S'obté $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$. Per tant $\boxed{x = 0,32\cos\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)}$

b) En $t = 5\,s$ $\rightarrow$ $k = k_2 = 600\ N/m$. En aquest instant la partícula té una elongació i una velocitat :

$$\left.\begin{aligned} x(t=5) &= 0,32\cos\left(20\cdot 5 + \frac{\pi}{2}\right) = 0,16\,m \\ v(t=5) &= -0,32\cdot 20\sin\left(20\cdot 5 + \frac{\pi}{2}\right) = -5,52\ m/s \end{aligned}\right\}$$ i per tant l'energia mecànica

$$\frac{1}{2}k_2 A_1^2 = \frac{1}{2}k_2 0,16^2 + \frac{1}{2}m(-5,52)^2 \rightarrow \boxed{A_1 = 0,39\,m}$$

c) Si el període d'oscil·lació ha de ser el doble del natural, la pulsació ha de ser la meitat de la natural:

$$\omega = \sqrt{\omega_n^2 - \gamma^2} \rightarrow \gamma^2 = \omega_n^2 - \omega^2 = \omega_n^2\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3k_2}{4m} \rightarrow \boxed{b = 2m\gamma = 2m\sqrt{\frac{3k_2}{4m}} = 67,1\ Ns/m}$$

2.- a) La freqüència corresponent al tercer harmònic en el primer tub (tancat) és

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{\frac{4L_1}{3}} = \frac{340}{\frac{10}{3}} = 102\,Hz$$

La freqüència corresponent al tercer harmònic en el segon tub (obert) és:

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{\frac{2L_2}{3}} = \frac{340}{\frac{2L_2}{3}} = \frac{510}{L_2}$$

Com que sabem que $f_1 - f_2 = 5 \rightarrow \boxed{L_2 = 5{,}26\,m}$

b) La freqüència del cinquè harmònic en el primer tub val $f = 5\frac{f_1}{3} = 170\,Hz$. La diferència de fase dels dos moviments, passant per les branques A i B, en el punt D serà:

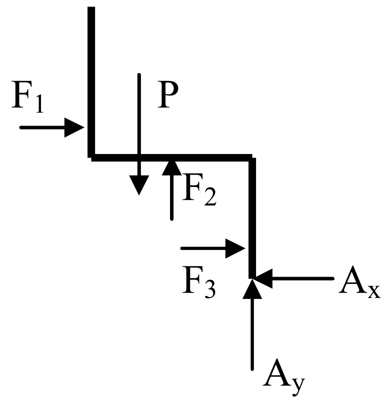
$\theta = \frac{2\pi f}{v}(5 - L_B) = 2K\pi$, essent K un número enter, ja que la interferència és constructiva. S'obté $L_B = 5 - 2K$ i per $K = 0,1,2,.....$ els únics valors possibles són per $K = 1$ i $K = 2$ amb lo qual només hi han dos possibles de longitud del segon tub:

$$\boxed{\begin{array}{l} L_B = 3\,m \\ L_B = 1\,m \end{array}}$$

3.-a) La comporta és homogènia i per tant el cdm coincideix amb el centroide. La seva coordenada x val:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{3} x_i S_i}{\sum_{i=1}^{3} S_i} = \frac{1,5 \cdot 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 5} = 1,31\text{m}}$$

b) A la figura es representa el diagrama pel sòlid lliure de la comporta. Per trobar el pes (densitat superficial de massa de la comporta) cal plantejar l'equilibri de la comporta i per tant cal determinar les forces que fa l'aigua sobre dita comporta:



$F_1 = \rho g \bar{h} S = 1000 \cdot 9,81 \cdot \frac{1,5}{2} \cdot 1,5 \cdot 5 = 55181\text{N}$ aplicada en el punt (0;2,5).

$F_2 = \rho g \bar{h} S = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,5 \cdot 3 \cdot 5 = 220725\text{N}$ aplicada en el punt (1,5;2).

$F_3 = \rho g \bar{h} S = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2,5 \cdot 2 \cdot 5 = 245250\text{N}$ aplicada en el punt (3;0,87)

El pes $P = \sigma S g = 392,4\sigma$ està aplicat en el cdm que té una coordenada x=1,31m.

Plantejant que el moment resultant en A és zero:

$$F_1 \cdot 2,5 + F_2 \cdot 1,5 + F_3 \cdot 0,87 - P \cdot (3 - 1,31) = 0 \;\rightarrow P = 403356\text{N} \;\rightarrow \boxed{\sigma = 1028\, {}^{\text{kg}}\!/_{\text{m}^2}}$$

c) Les reaccions en l'articulació s'obtenen imposant que la resultant de les forces és nul·la:

$$F_1 + F_3 - A_x = 0 \;\rightarrow \boxed{A_x = 300431\text{N}}$$

$$A_y + F_2 - P = 0 \;\rightarrow \boxed{A_y = 182631\text{N}}$$

4.- a) L'energia potencial del sistema és:

$$U=\frac{1}{2}k\left(2L\sin\theta-2L\sin 15\right)^2-m_BgL\sin\theta-m_Dg\left(L\sin\theta+2L\sin\theta\right),$$ agafant l'origen d'energia potencial gravitatòria el punt A. Per trobar les posicions d'equilibri cal derivar la funció energia potencial respecte la variable i igualar-ho a zero:

$$\frac{dU}{d\theta}=2kL\left(2L\sin\theta-2L\sin 15\right)\cos\theta-m_BgL\cos\theta-3m_DgL\cos\theta=0$$

Una solució és $\cos\theta=0 \rightarrow \boxed{\theta_1=90º}$ i l'altre la trobarem de

$$2kL\left(2L\sin\theta-2L\sin 15\right)-m_BgL-3m_DgL=0 \rightarrow \boxed{\theta_2=44{,}4º}.$$

b) Per determinar el tipus d'equilibri cal fer la segona derivada i substituir el valor de la variable en les posicions d'equilibri:

$$\frac{d^2U}{d\theta^2}=-2kL\left(2L\sin\theta-2L\sin 15\right)\sin\theta+4kL^2\cos^2\theta+m_BgL\sin\theta+3m_DgL\sin\theta$$

$$\left.\frac{d^2U}{d\theta^2}\right|_{\theta=90º}<0 \rightarrow \boxed{\text{posició d'equilibri inestable per } \theta\text{=90º}}$$

$$\left.\frac{d^2U}{d\theta^2}\right|_{\theta=44{,}4º}>0 \rightarrow \boxed{\text{posició d'equilibri estable per } \theta\text{=44,4º}}$$

c) $\boxed{W_{\theta=15º\rightarrow\theta=90º}=U_{elas}\left(\theta=15º\right)-U_{elas}\left(\theta=90º\right)=0-\frac{1}{2}k\left(2L\sin 90-2L\sin 15\right)^2=-824J}$