MECÀNICA FONAMENTAL - FÍSICA I JUNY 2010

1.- Una partícula de massa m = 2 kg, unida a una molla de constant k, oscil·la en un medi viscós sota l'acció d'una força harmònica d'equació $F = 8\sin\left(5t - \frac{\pi}{2}\right)$ i en aquestes condicions l'equació de l'elongació és $x = 0{,}5\sin(5t - \pi)$ (tot en unitats SI).

a) Calculeu la força elàstica màxima. (**5 punts**)

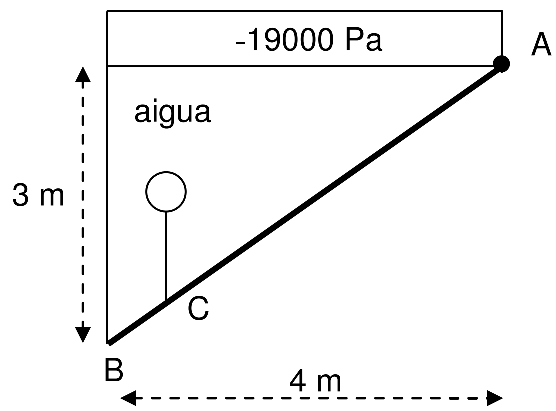
b) Doneu l'expressió de la força de fricció viscosa en funció del temps(**4 punts**).

Variem la freqüència de la força harmònica fins que el sistema entra en ressonància d'elongació.

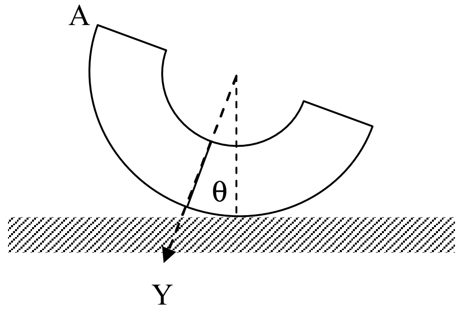
c) Quin seria el valor d'aquesta freqüència? (**3 punts**).

d) Què valdria en aquestes condicions la diferència de fases entre la força harmònica i l'elongació? (**3 punts**)

2.- El següent dipòsit d'aigua queda tancat en la seva part inferior per una comporta AB, de massa negligible, articulada en A i d'amplada 2 m. Tapem el dipòsit per la seva part superior i creem una depressió en el seu interior de -19000 Pa (pressió manomètrica). Ara introduïm una boia esfèrica de densitat 200 kg/m³ en el dipòsit i la lliguem al punt C de la comporta situat a una distància $\overline{AC} = 3{,}75\,\text{m}$, de manera que la boia queda totalment submergida en l'aigua. Trobeu el volum mínim de la boia que manté la comporta tancada, negligint la força de contacte en B. (**15 punts**)



3.- La peça plana de la figura de pes 10 N està constituïda per un semidisc homogeni de radi R=20 cm al que se li ha fet un forat semicircular de radi r=R/2.



a) Trobeu la coordenada y del centre de masses de la peça.(**5 punts**)

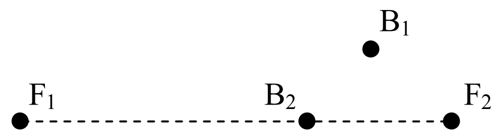
b) Quin seria el moment del parell que caldria aplicar-li per tal que es mantingués en equilibri en la posició indicada a la figura amb θ=30º?
(**4 punts**)

Eliminem el parell i apliquem una força F=2 N horitzontal cap a la dreta en el punt A. Determineu:

c) El mínim coeficient de fricció per tal que la peça es mantingui en equilibri (**3punts**)

d) El valor de l'angle θ amb aquest valor mínim del coeficient de fricció.(**3punts**)

4.- Dos focus puntuals F_1 i F_2 separats una distància de 15 m emeten en fase ones sonores esfèriques amb la mateixa freqüència de 170 Hz. La potència d'emissió del focus F_1 és quatre vegades la del focus F_2. Un observador B_1 està situat a 12 m de F_1 i a 4 m de F_2.



a) Què val el quocient entre el valor de l'amplitud de l'ona resultant de l'interferència en B_1 i el de l'amplitud en aquest punt de l'ona procedent de F_1 ?
(**9 punts**).

Un observador B_2 està en repòs i alineat amb els dos focus. Es desconnecta el focus F_1 i l'altre focus passa a moure's en la direcció F_2B_2 seguint un mhs centrat en F_2 amb una amplitud de 0,5 m i freqüència $10/\pi$ Hz. Sabent que B_2 està situat a 5 m de la posició d'equilibri del moviment de F_2,

b) determineu les freqüències mínima i màxima detectades per B_2, indicant en quines situacions del moviment s'assoleixen aquests valors extrems.(**6 punts**)

Dada : velocitat del so 340 m/s.

1.- Una partícula de massa m = 2 kg, unida a una molla de constant k, oscil·la en un medi viscós sota l'acció d'una força harmònica d'equació $F = 8\sin\left(5t - \frac{\pi}{2}\right)$ i en aquestes condicions l'equació de l'elongació és $x = 0{,}5\sin(5t - \pi)$ (tot en unitats SI).

a) Calculeu la força elàstica màxima. (**5 punts**)

b) Doneu l'expressió de la força de fricció viscosa en funció del temps(**4 punts**).

Variem la freqüència de la força harmònica fins que el sistema entra en ressonància d'elongació.

c) Quin seria el valor d'aquesta freqüència? (**3 punts**).

d) Què valdria en aquestes condicions la diferència de fases entre la força harmònica i l'elongació? (**3 punts**)

a) El sistema està en ressonància de velocitat (diferència de fases entre la força harmònica i l'elongació de $\frac{\pi}{2}$ rad. Per tant

$\Omega = \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow k = m\Omega^2 = 2 \cdot 5^2 = 50\, N/m$ i la força elàstica màxima val

$$\boxed{F_{emax} = k \cdot A = 50 \cdot 0{,}5 = 25\,N}$$

b) La força viscosa té per expressió $F_v = -bv$ i donat que hi ha ressonància de velocitat $A = \frac{F_0}{b\Omega} \rightarrow b = \frac{8}{0{,}5 \cdot 5} = 3{,}2\, Ns/m$. Per tant:

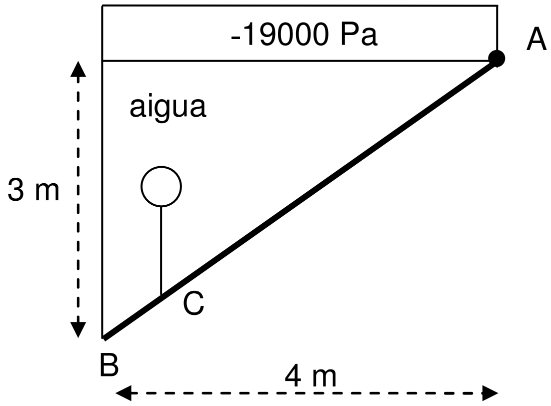
$$\boxed{F_v = -3{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 5\cos(5t - \pi) = -8\cos(5t - \pi)}$$

c) $\Omega_{el} = \sqrt{\omega_n^2 - 2\gamma^2} = \sqrt{5^2 - 2\left(\frac{3{,}2}{2 \cdot 2}\right)^2} = 4{,}87\, rad/s$ i la freqüència de ressonància d'elongació val $\boxed{f_{el} = \frac{4{,}87}{2\pi} = 0{,}78\,Hz}$

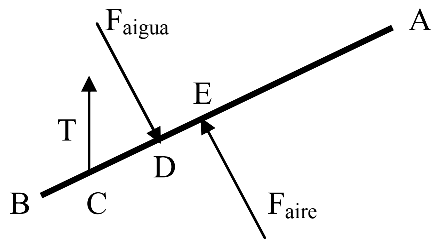
d) Si θ és la diferència de fases entre la força i l'elongació, és compleix

$$tg\,\theta = \frac{b\Omega}{k - m\Omega^2} = \frac{3{,}2 \cdot 4{,}87}{50 - 2 \cdot 4{,}87^2} = 6{,}07 \rightarrow \boxed{\theta = 1{,}41\,rad}$$

2.- El següent dipòsit d'aigua queda tancat en la seva part inferior per una comporta AB, de massa negligible, articulada en A i d'amplada 2 m. Tapem el dipòsit per la seva part superior i creem una depressió en el seu interior de -19000 Pa (pressió manomètrica). Ara introduïm una boia esfèrica de densitat 200 kg/m³ en el dipòsit i la lliguem al punt C de la comporta situat a una distància $\overline{AC} = 3{,}75\,\text{m}$, de manera que la boia queda totalment submergida en l'aigua. Trobeu el volum mínim de la boia que manté la comporta tancada, negligint la força de contacte en B. (**15 punts**)



A la figura és representa el diagrama del sòlid lliure corresponent a la comporta, que té una longitud de 5 m i una inclinació respecte l'horitzontal de 36,9º. Les forces que fan l'aigua i l'aire valen



$$F_{aigua} = \rho g h_c S = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5 \cdot 5 \cdot 2 = 147150\,\text{N}$$
$$F_{aire} = P \cdot S = 19000 \cdot 5 \cdot 2 = 190000\,\text{N}$$

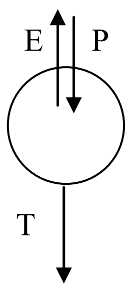
Els punts d'aplicació respectius són:

$$\overline{DA} = \frac{2}{3} 5\,\text{m} \ \text{ i } \ \overline{EA} = 2{,}5\,\text{m}$$

Fent moments respecta de A:

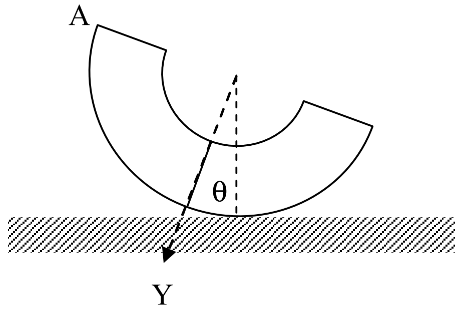
$$F_{aire} \cdot \overline{EA} + T \cdot \overline{CA} \cdot \cos 36{,}9º - F_{aigua} \cdot \overline{DA} = 0 \ \rightarrow \ T = 5166{,}67\,\text{N}$$

Si ara imposem que la boia està en equilibri:



$$E = T + P \ \rightarrow \ V \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 = 5166{,}67 + V \cdot 200 \cdot 9{,}81 \ \rightarrow \boxed{V = 0{,}658\,\text{m}^3}$$

3.- La peça plana de la figura de pes 10 N està constituïda per un semidisc homogeni de radi R=20 cm al que se li ha fet un forat semicircular de radi r=R/2.



a) Trobeu la coordenada y del centre de masses de la peça.(**5 punts**)

b) Quin seria el moment del parell que caldria aplicar-li per tal que es mantingués en equilibri en la posició indicada a la figura amb θ=30º? (**4 punts**)

Eliminem el parell i apliquem una força F=2 N horitzontal cap a la dreta en el punt A. Determineu:

c) El mínim coeficient de fricció per tal que la peça es mantingui en equilibri (**3punts**)

d) El valor de l'angle θ amb aquest valor mínim del coeficient de fricció.(**3punts**)

a)

$$y_1 = \frac{4R}{3\pi} \qquad S_1 = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$y_2 = \frac{4r}{3\pi} \qquad S_2 = \frac{\pi r^2}{2}$$

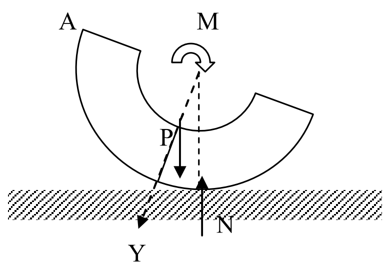
$$\bar{y} = \frac{y_1 S_1 - y_2 S_2}{S_1 - S_2}$$

Tenint en compte que $r = R/2$

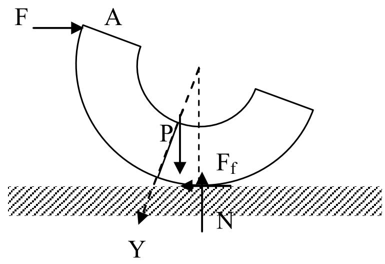
$$y_1 = 2y_2 \quad S_1 = 4S_2 \qquad \bar{y} = \frac{7y_2 S_2}{3S_2} = \frac{7y_2}{3} = \frac{28r}{9\pi} = \boxed{0{,}099\ \text{m}}$$

b)

$$M = P\bar{y}\sin\theta = \boxed{0{,}495\ \text{N·m}}$$



c)



$$F_f = \mu_{min} N = F$$
$$N = P$$

Resulta:

$$\mu_{min} = \frac{F}{P} = \boxed{0,2}$$

d)

$$P\bar{y}\sin\theta = F(R\sin\theta + R)$$

Resulta $\theta = \boxed{42,7º}$

4.- Dos focus puntuals F_1 i F_2 separats una distància de 15 m emeten en fase ones sonores esfèriques amb la mateixa freqüència de 170 Hz. La potència d'emissió del focus F_1 és quatre vegades la del focus F_2. Un observador B_1 està situat a 12 m de F_1 i a 4 m de F_2.
a) Què val el quocient entre el valor de l'amplitud de l'ona resultant de l'interferència en B_1 i el de l'amplitud en aquest punt de l'ona procedent de F_1 ? (**9 punts**).
Un observador B_2 està en repòs i alineat amb els dos focus. Es desconnecta el focus F_1 i l'altre focus passa a moure's en la direcció F_2B_2 seguint un mhs centrat en F_2 amb una amplitud de 0,5 m i freqüència $10/\pi$ Hz. Sabent que B_2 està situat a 5 m de la posició d'equilibri del moviment de F_2,
b) determineu les freqüències mínima i màxima detectades per B_2, indicant en quines situacions del moviment s'assoleixen aquests valors extrems.(**6 punts**)
Dada : velocitat del so 340 m/s.

a)

$$\lambda = \frac{v}{f} = 2\,\text{m}$$

Donat que la diferència de distancies els focus

$$\overline{F_1B_1} - \overline{F_2B_1} = 8\,\text{m} = 4\lambda$$

el punt B_1 és de interferència constructiva i l'amplitud resultant A_R és igual a la suma de les amplituds $A_1 + A_2$ de cadascuna de les ones en B_1.

La relació d'amplituds $\dfrac{A_2}{A_1}$ és igual a :

$$\frac{A_2}{A_1} = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}} = \sqrt{\frac{W_2 \cdot r_1^2}{W_1 \cdot r_2^2}}$$

essent la relació de potències dels focus:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{4}$$

i la de distàncies als focus:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{12}{4} = 3$$

S’obté la relació $\frac{A_2}{A_1} = 1{,}5$. En conseqüència el valor del quocient d’amplituds és:

$$\frac{A_R}{A_1} = \boxed{2{,}5}$$

b)

Quan el focus F_2 s’acosta a B_2 amb la màxima velocitat, és a dir en la posició d’equilibri del moviment mhs, B_2 detectarà la freqüència màxima. El valor mínim de la freqüència detectada es donarà també en aquesta posició però en quan el focus es desplaça en sentit contrari allunyant-se de B_2. La velocitat de desplaçament en aquestes posicions és:

$$v_F = A\omega = 2\pi f A = 10\ \frac{m}{s}$$

Aplicant les eqüacions de l’efecte Doppler:

$$\frac{v_s - v_F}{f} = \frac{v_s}{f_{max}} \qquad \frac{v_s + v_F}{f} = \frac{v_s}{f_{min}}$$

S’obtenen els següents valors:

$f_{max} = \boxed{175{,}2\ Hz}$ posición de equlibrio desplazamiento hacia la izquierda

$f_{min} = \boxed{165{,}1\ Hz}$ posición de equlibrio desplazamiento hacia la derecha