



# Mecànica Fonamental

Luis Carlos Pardo  
Despatx C2.4 EEBE





## 1.- Treball

- 1.1.- Treball
- 1.2.- Potència

## 2.- Energia Cinètica

- 2.1.- Energia cinètica. T<sup>a</sup> forces vives

## 3.- Energia potencial

- 3.1.- Forces conservatives
- 3.2.- Energia potencial
- 3.3.- Energia potencial Gravitatòria
- 3.4.- Conservació de l'energia
- 3.5.- Energia potencial en una dimensió
- 3.6.- Energia potencial i equilibri



## 1.- Treball

1.1.- Treball

1.2.- Potència

## 2.- Energia Cinètica

2.1.- Energia cinètica. T<sup>a</sup> forces vives

## 3.- Energia potencial

3.1.- Forces conservatives

3.2.- Energia potencial

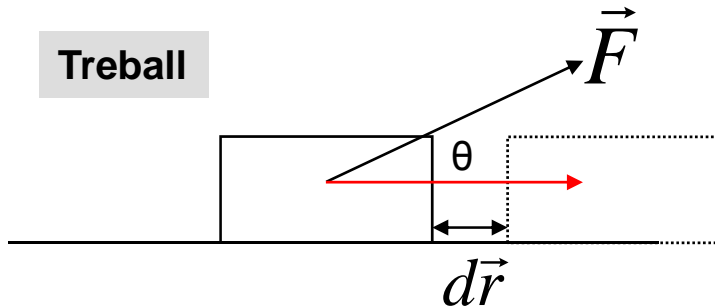
3.3.- Energia potencial Gravitatòria

3.4.- Conservació de l'energia

3.5.- Energia potencial en una dimensió

3.6.- Energia potencial i equilibri

## Treball



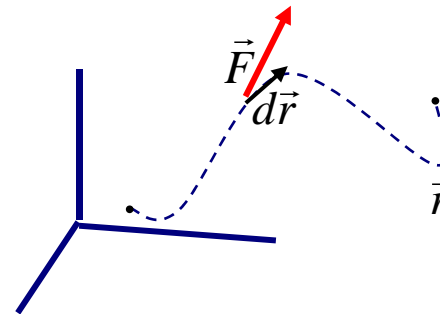
Ens interessa la part de la força que fa desplaçar l'objecte

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot dr \cdot \cos \theta$$

Per desplaçaments llargs...

Definim el treball  $W$  d'una força  $\vec{F}$  al llarg d'un camí  $C$  de  $P_1$  a  $P_2$  com

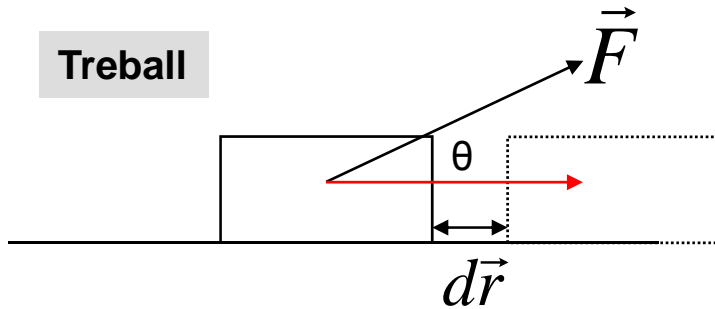
$$W = \int_{C:P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



- Si la força i el desplaçament són perpendiculars el treball es nul
- No necessàriament la força fa moure una partícula pel camí
- La calcularem, d'una forma general com:

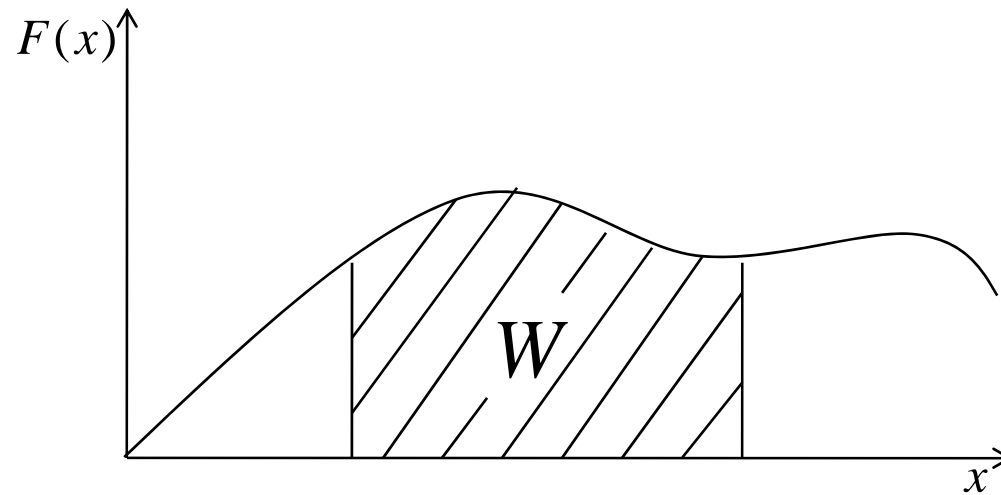
$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = \int_{x_0}^{x_f} F_x dx + \int_{y_0}^{y_f} F_y dy + \int_{z_0}^{z_f} F_z dz$$

Treball



Ens interessa la part de la força que fa desplaçar l'objecte

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot dr \cdot \cos \theta$$



El treball es l'àrea sota la corba





## 1.- Treball

1.1.- Treball

1.2.- Potència

## 2.- Energia Cinètica

2.1.- Energia cinètica. T<sup>a</sup> forces vives

## 3.- Energia potencial

3.1.- Forces conservatives

3.2.- Energia potencial

3.3.- Energia potencial Gravitatòria

3.4.- Conservació de l'energia

3.5.- Energia potencial en una dimensió

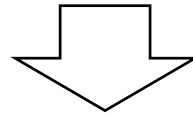
3.6.- Energia potencial i equilibri

## Potència

Definim potència com treball per unitat de temps

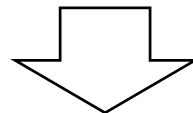
$$P = \frac{dW}{dt}$$

Deduïm la relació entre potència i força



$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d\vec{F} \cdot \vec{r}}{dt}$$

Si la força és constant:



$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d\vec{F} \cdot \vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$





## 1.- Treball

1.1.- Treball

1.2.- Potència

## 2.- Energia Cinètica

2.1.- Energia cinètica. T<sup>a</sup> forces vives

## 3.- Energia potencial

3.1.- Forces conservatives

3.2.- Energia potencial

3.3.- Energia potencial Gravitatòria

3.4.- Conservació de l'energia

3.5.- Energia potencial en una dimensió

3.6.- Energia potencial i equilibri



Les forces fan moure objectes... relació treball-velocitat

la força  $\vec{F}$  és la que mou la partícula pel camí  $C$  llavors el camí  $\vec{r}(t)$  compleix  $\vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t) = m\vec{a}$

$$dw = \vec{F} \cdot d\vec{r} = m \overbrace{\vec{a}}^{\vec{F}} \cdot \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{\frac{d\vec{r}}{dt}} dt = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = m \vec{v} d\vec{v} = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

$\uparrow$   
 $dv^2 = 2v dv$

... integrant

**Teorema de l'energia cinètica o de les forces vives:**

$$W = \Delta E_c$$





## 1.- Treball

1.1.- Treball

1.2.- Potència

## 2.- Energia Cinètica

2.1.- Energia cinètica. T<sup>a</sup> forces vives

## 3.- Energia potencial

3.1.- Forces conservatives: energia potencial

3.2.- Energia potencial Gravitatòria

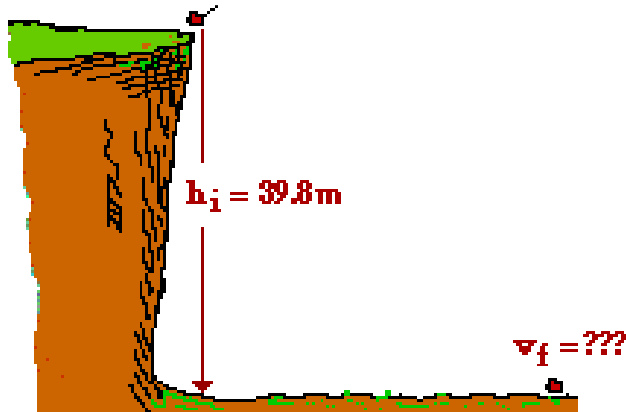
3.3.- Conservació de l'energia

3.4.- Energia potencial en una dimensió

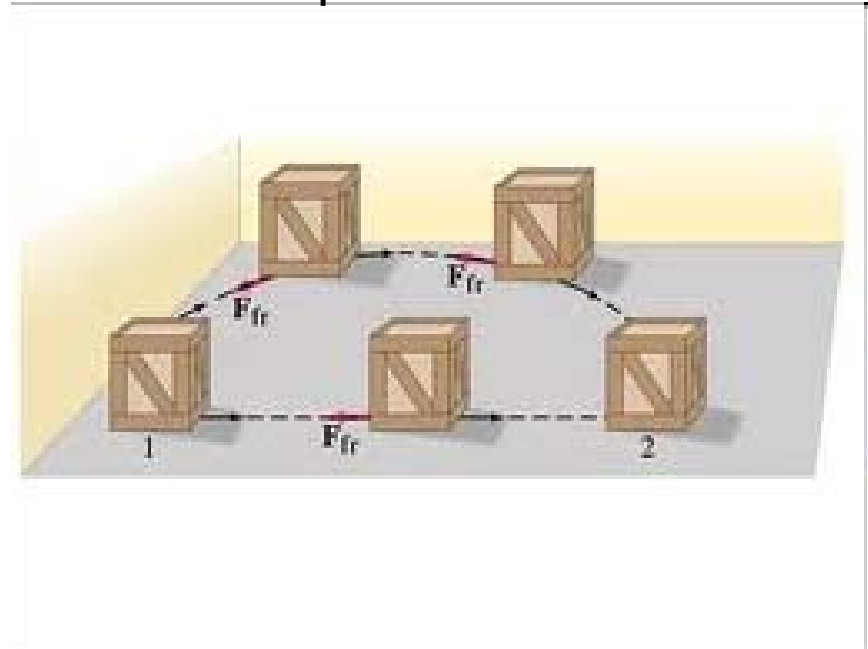
3.5.- Energia potencial i equilibri

## 4.3.- Energia potencial

No depen del camí



Depen del camí



- Les forces que **NO** depenen del camí (o dit d'una altra forma)
- Les forces que **NOMÉS** depenen de l'estat final e inicial

S'anomenen **FORCES CONSERVATIVES**

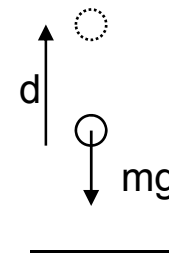
### Energia potencial relacionat amb Treball de forces conservatives

$$W_{Fcons} = -\Delta U$$

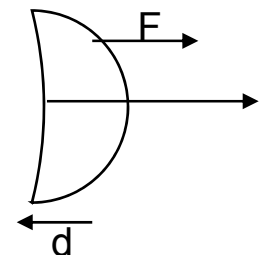
És igual el que passi pel mig...

...per que el signe menys de la definició?  
Per augmentar la energia potencial s'ha d'actuar CONTRA una força

Ep gravitatoria



Ep elàstica





## 1.- Treball

1.1.- Treball

1.2.- Potència

## 2.- Energia Cinètica

2.1.- Energia cinètica. T<sup>a</sup> forces vives

## 3.- Energia potencial

3.1.- Forces conservatives: energia potencial

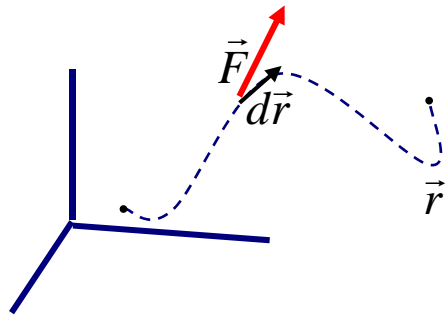
3.2.- Energia potencial Gravitatòria

3.3.- Conservació de l'energia

3.4.- Energia potencial en una dimensió

3.5.- Energia potencial i equilibri

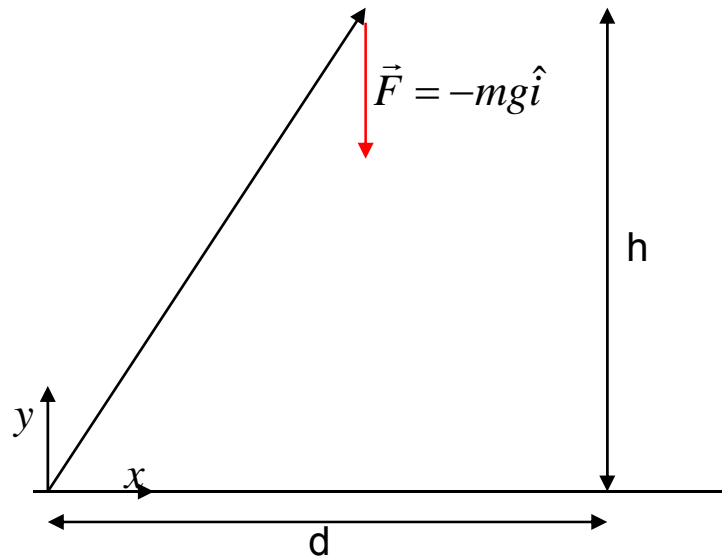
Recordem: com calculem el treball??



Càlcul general

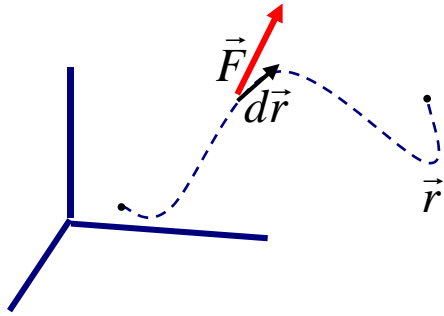
$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = \int_{x_0}^{x_f} F_x dx + \int_{y_0}^{y_f} F_y dy + \int_{z_0}^{z_f} F_z dz$$

Exemple: Força gravitatòria



$$U = -W = -\int_{r_0}^r \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_{r_0}^r (0, -mg) \cdot (dx, dy) = -\int_0^h -mg dy = mgh$$

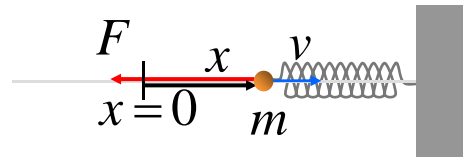
Recordem: com calculem el treball??



Càlcul general

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = \int_{x_0}^{x_f} F_x dx + \int_{y_0}^{y_f} F_y dy + \int_{z_0}^{z_f} F_z dz$$

Exemple: Força elàstica



$$\Delta U = -\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int -kx \cdot dx = \int_{x_0}^x kx dx = 1/2 k (x - x_0)^2 = 1/2 k \Delta x^2$$



## 1.- Treball

1.1.- Treball

1.2.- Potència

## 2.- Energia Cinètica

2.1.- Energia cinètica. T<sup>a</sup> forces vives

## 3.- Energia potencial

3.1.- Forces conservatives: energia potencial

3.2.- Energia potencial Gravitatòria

3.3.- Conservació de l'energia

3.4.- Energia potencial en una dimensió

3.5.- Energia potencial i equilibri



## 4.5.- Conservació de l'energia

Considerem el treball realitzat per TOTES les forces

$$W_{TOT} = W_{Fcons} + W_{Fnocons} = -\Delta U + W_{Fnocons} = \Delta E_c$$

Definim  $\Delta E_c + \Delta U = \Delta E_m$

$$\Delta E_c + \Delta U = \Delta E_m = W_{Fnocons}$$

En absència de forces no conservatives o dissipatives (com el fregament):

$$\Delta E_m = 0$$

Conservació de l'energia mecànica





## 1.- Treball

1.1.- Treball

1.2.- Potència

## 2.- Energia Cinètica

2.1.- Energia cinètica. T<sup>a</sup> forces vives

## 3.- Energia potencial

3.1.- Forces conservatives: energia potencial

3.2.- Energia potencial Gravitatòria

3.3.- Conservació de l'energia

3.4.- Energia potencial en una dimensió

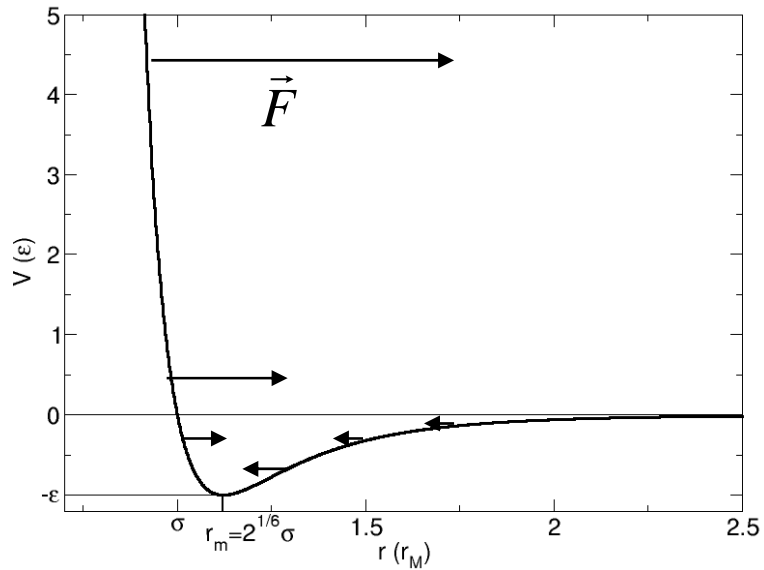
3.5.- Energia potencial i equilibri

## 4.3.- Energia potencial

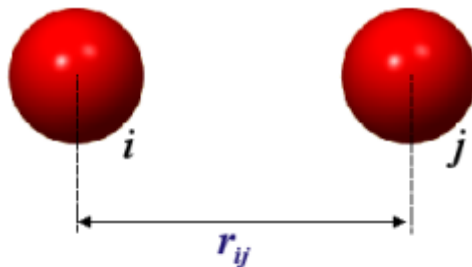
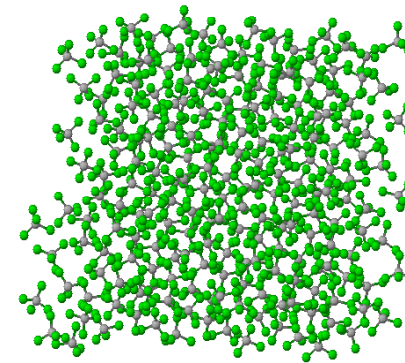
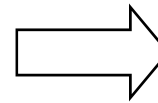
Relació amb les forces

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dU$$

$$\vec{F} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}}$$



*simulacions  
dinàmica molecular*





## 1.- Treball

1.1.- Treball

1.2.- Potència

## 2.- Energia Cinètica

2.1.- Energia cinètica. T<sup>a</sup> forces vives

## **3.- Energia potencial**

3.1.- Forces conservatives: energia potencial

3.2.- Energia potencial Gravitatòria

3.3.- Conservació de l'energia

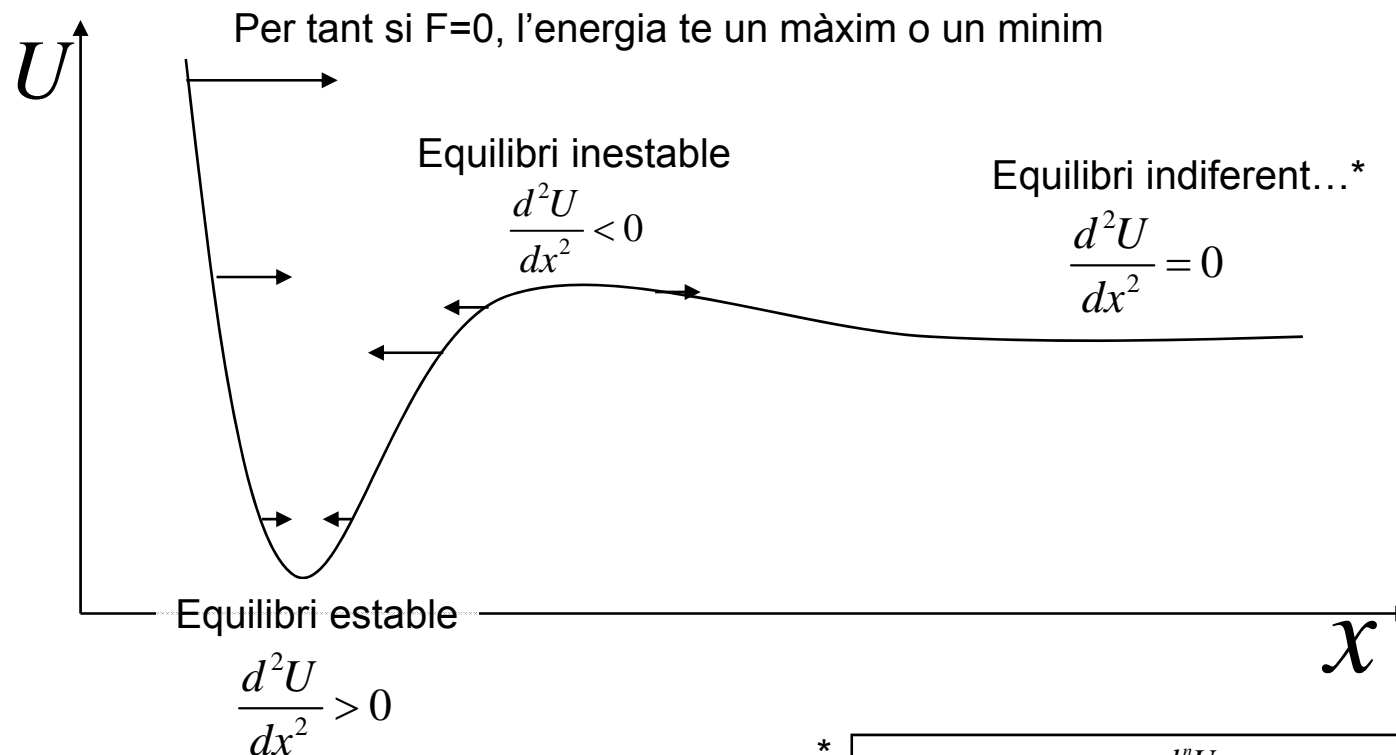
3.4.- Energia potencial en una dimensió

**3.5.- Energia potencial i equilibri**

# 1. Estàtica del sòlid

En un sistema conservatiu relacionem força i Energia potencial

$$\frac{dU}{d\vec{r}} = -\vec{F}$$



\*

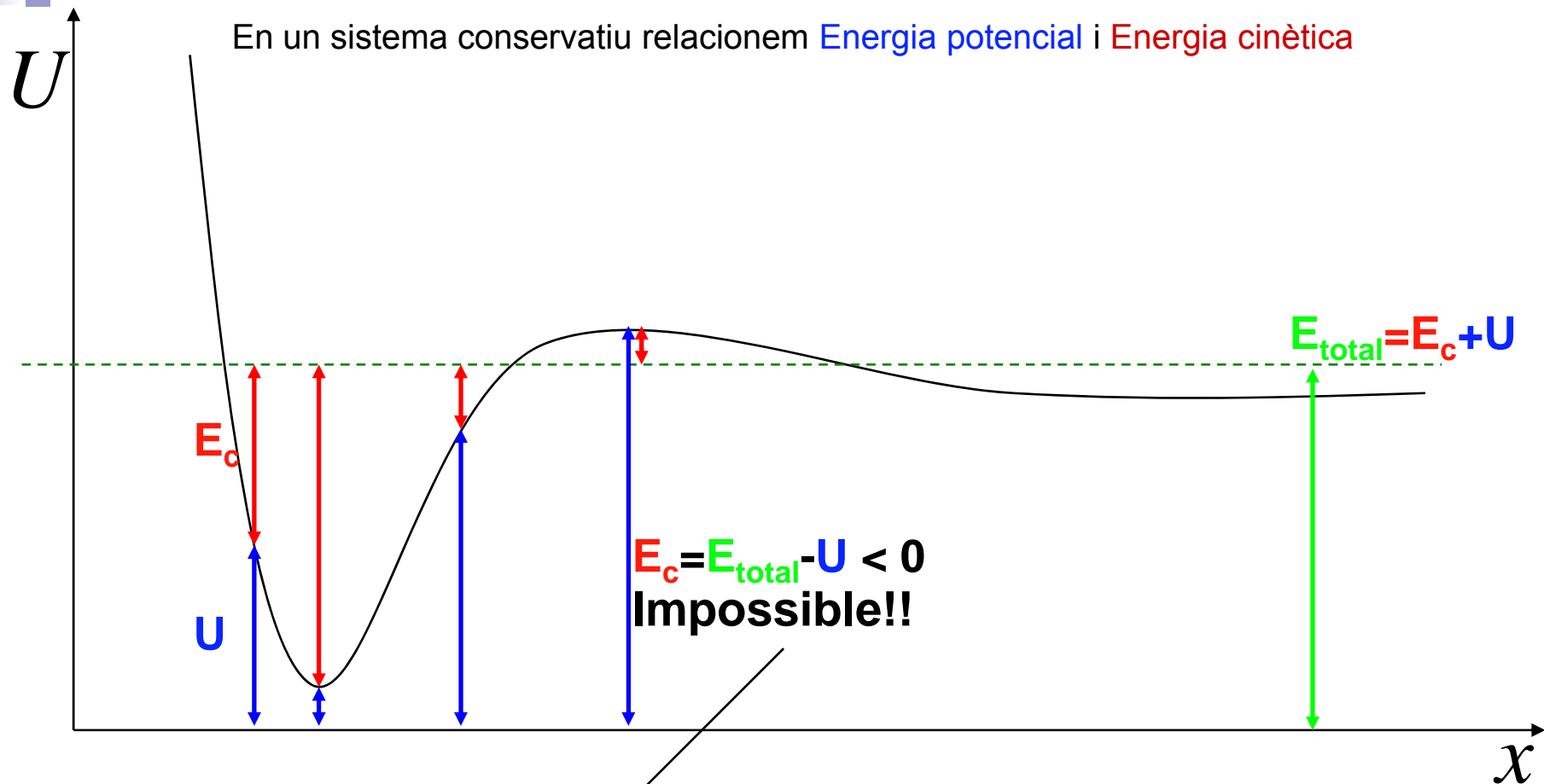
Si  $n$  es parell i  $\frac{d^n U}{dx^n} < 0$  eq. inestable

Si  $n$  es parell i  $\frac{d^n U}{dx^n} > 0$  eq. estable

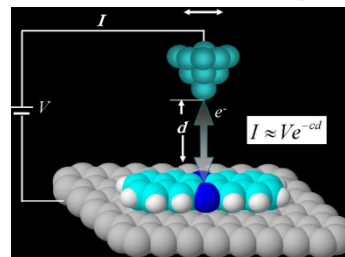
Si  $n$  es senar: punt d'inflexió, eq inestable

Si totes les derivades son nul·les: indiferent

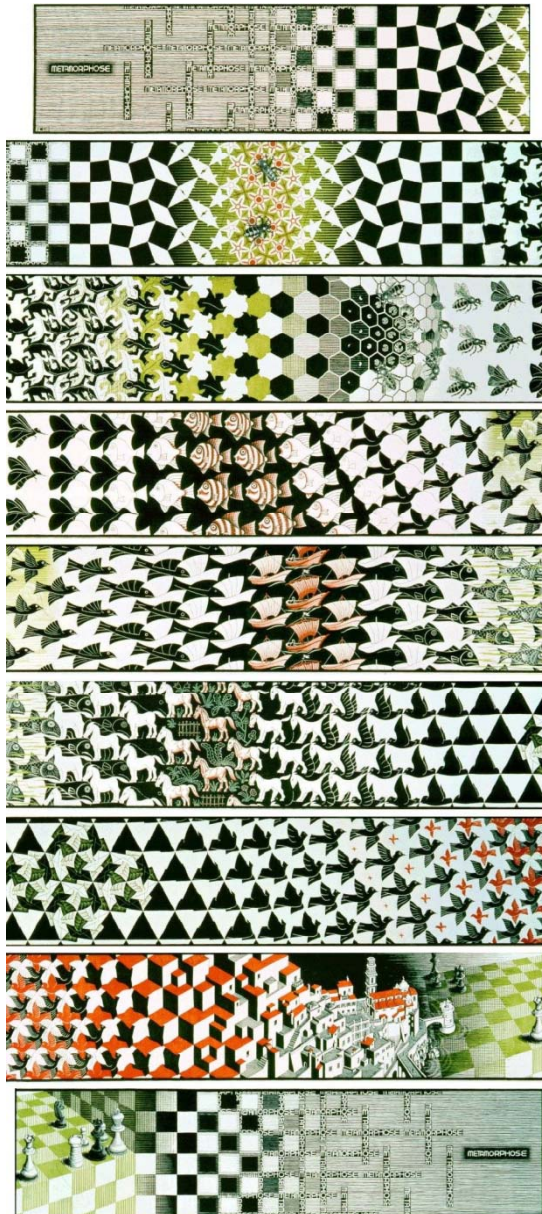
# 1. Estàtica del sòlid



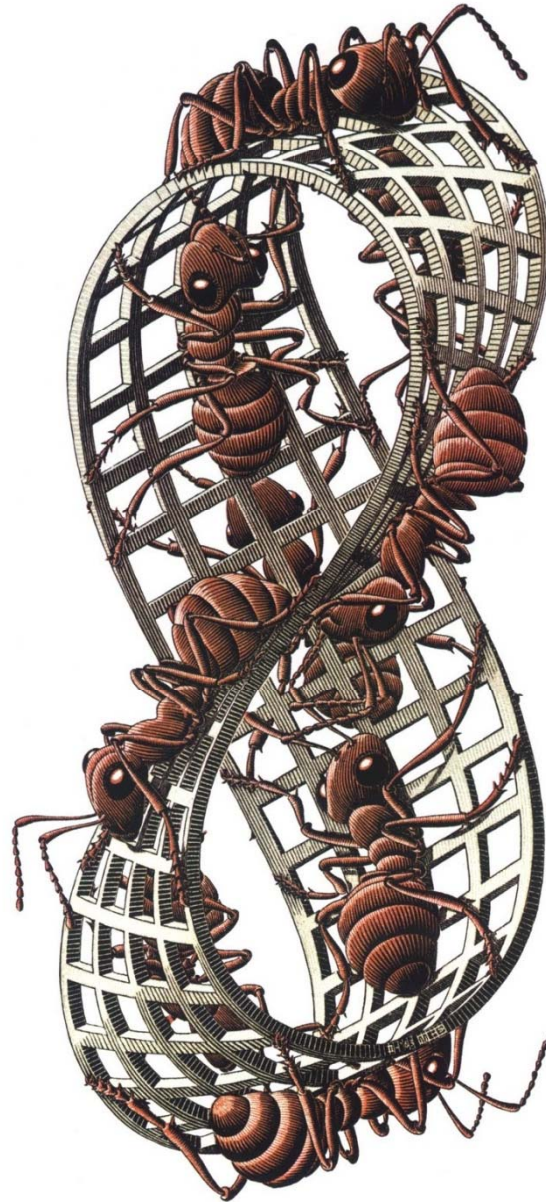
Però no si ho fem suficientment ràpid (amb partícules petites) ens podem saltar les lleis de la física...  
Efecte túnel a Física Quàntica!!



## Metamorphosis III



## Cinta de Möbius



Maurits Cornelis Escher  
1898-1972